Doble Grado en Ing. Informática y Matemáticas

Análisis Matemático I

1. Estudia si el campo escalar definido por:

$$f(x,y) = \frac{x \operatorname{sen} y - y \operatorname{sen} x}{x^2 + y^2}, \qquad f(0,0) = 0$$

   es de clase $\mathcal{C}^1$ en $\mathbb{R}^2$. Calcula $D_{12} f(0,0)$ y $D_{21} f(0,0)$ e indica si es de clase $\mathcal{C}^2$ en $\mathbb{R}^2$.

2. Calcula un punto (a,b,c) de coordenadas positivas perteneciente a la semiesfera de ecuación

$$z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$$

   en el cual el plano tangente determine con los ejes coordenados un tetraedro de volumen mínimo.

3. Clasifica los extremos relativos de la función

$$f(x,y) = x^3 + y^3 - xy^2 - x + 16$$

4. Calcula la derivada de $h(x,y) = \dfrac{x - y}{1 + \log(1 + x^2 y^2)}$ en el punto $(-1,-1)$ en la dirección dada por el vector ortogonal (de norma 1) en el punto $(1,1)$ a la curva de nivel del campo $f(x,y) = x\,y^3 + x^3 y$ que pasa por dicho punto.

5. Sea $f : \Omega \to \mathbb{R}$ un campo escalar de clase $\mathcal{C}^1$. Supongamos que Ω es un conjunto convexo y que $\mathbf{0} \in \Omega$. Prueba que para todo $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_n) \in \Omega$ se verifica que:

$$f(\mathbf{x}) = f(\mathbf{0}) + \sum_{j=1}^{n} x_j \int_0^1 D_j f(t\mathbf{x})\, \mathrm{d}t$$

Granada, 20 de diciembre de 2013

¡¡*Felices fiestas*!!